

Die Vorsitzende

Prof. Dr. Kristina Reiss
Lehrstuhl Didaktik der Mathematik
Universität Augsburg
D – 86135 Augsburg

Telefon (0821) 598-2492

Telefax (0821) 598-2278

e-mail reiss@math.uni-augsburg.de

Der Präsident

Prof. Dr. Peter Gritzmann
Lehrstuhl für Angewandte
Geometrie und Diskrete Mathematik
Technische Universität München
D – 85747 Garching

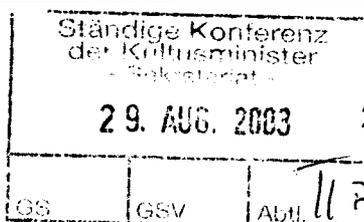
(089) 289-16856 Telefon

(089) 289-16859 Telefax

gritzmann@ma.tum.de e-mail

An die
Ständige Konferenz der Kultusminister der Länder
in der Bundesrepublik Deutschland

Postfach 2240
53012 Bonn



23. August 2003

Handwritten signature: M. Müller

*Handwritten note: m/19
by 11/9
Frau Kaijser*

Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss im Fach Mathematik

Sehr geehrte Damen und Herren,

in der Anlage senden wir Ihnen die gemeinsame Stellungnahme der Deutschen Mathematiker-Vereinigung (DMV) und der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM) zum Entwurf der Bildungsstandards im Fach Mathematik. Für Rückfragen stehen wir Ihnen selbstverständlich gerne zur Verfügung.

Bitte werten Sie diese Stellungnahme gleichzeitig als Stellungnahme der Gesellschaft für Fachdidaktik (GFD) zu den Bildungsstandards im Fach Mathematik. Der Vorsitzende, Herr Prof. Dr. Bayrhuber (Kiel), wird Sie ebenfalls noch entsprechend informieren.

Mit freundlichen Grüßen

Prof. Dr. Kristina Reiss

Prof. Dr. Peter Gritzmann

Gesellschaft für
Didaktik der Mathematik
GDM

Deutsche
Mathematiker-Vereinigung
DMV

Gemeinsame Stellungnahme der Deutschen Mathematiker Vereinigung (DMV) und der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM) zu den „Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss“

Grundsätzlich begrüßen die DMV und die GDM die Festlegung von Standards für das Fach Mathematik, welche ausgehend von zentralen Kompetenzbereichen durch mathematische Leitideen formuliert und inhaltlich konkretisiert werden, wobei die Inhalte im Sinne eines Kompetenzmodells gestuft und durch konkrete Aufgabenbeispiele operationalisiert werden. Beide Gesellschaften halten eine solche Formulierung von Standards dringend geboten, um für alle Schülerinnen und Schüler in der Bundesrepublik Deutschland gleiche Lernchancen zu ermöglichen und gemeinsam definierte Kompetenzniveaus in Bezug auf alle Bundesländer festzulegen.

Im vorliegenden Entwurf werden, den Vereinbarungen der KMK entsprechend, *Regelstandards* formuliert, mit denen ein „mittleres Niveau“ oder „Normalniveau“ beschrieben wird. Diese Festlegung eines mittleren Erwartungsniveaus hat gerade zum jetzigen Zeitpunkt einer ersten Auseinandersetzung mit Bildungsstandards den Vorteil, dass die formulierten Standards nicht auf einem Kompetenzmodell basieren müssen (vgl. Klieme u.a., 2003). Wir sind aber mit den Autoren der „Klieme-Expertise“ der Meinung, dass auf die Entwicklung von Kompetenzmodellen mit ausgewiesenen Dimensionen und Stufen nicht verzichtet werden kann. Bereits der hier vorliegende Entwurf macht unserer Ansicht nach deutlich, dass ansonsten auf wesentliche Ideen bei der Einführung von Bildungsstandards verzichtet werden muss. Wir werden im folgenden Text darauf noch detaillierter eingehen.

Wir unterscheiden im Folgenden die im Entwurf vorgegebenen Bereiche „Der Beitrag des Fachs Mathematik zur Bildung“, „Allgemeine Kompetenzen, Leitideen und inhaltsbezogene Kompetenzen“ und „Aufgabenbeispiele“ und gehen auf diese Aspekte im Wesentlichen getrennt ein.

1. Der Beitrag des Fachs Mathematik zur Bildung

Ein Abschnitt, welcher den Beitrag des Faches Mathematik zur Bildung würdigt, ist ein wesentlicher Bestandteil von Bildungsstandards. Schließlich werden die Standards nicht nur für Lehrerinnen und Lehrer formuliert, sondern sie sollen auch von Eltern und zumindest älteren Schülerinnen und Schülern nachvollzogen werden (vgl. Klieme u.a., 2003). Insofern ist es wichtig, die grundlegenden Möglichkeiten des Fachs im Rahmen einer Allgemein-

bildung zu konkretisieren. Allerdings sollte man diese Ausführungen nicht auf die wenigen genannten Stichpunkte reduzieren, sondern sie weiter ausführen und damit für Lehrer und Lehrerinnen, Eltern sowie Schülerinnen und Schüler leichter verständlich machen.

Sicherlich ist die theoretische Grundlage dieses Abschnitts über den Beitrag des Fachs zur Bildung klar und unumstritten. Die kurze und knappe Darstellung birgt allerdings die Gefahr in sich, dass sie missverstanden wird und die Beschäftigung mit der Mathematik von den Leserinnen und Lesern eher im Sinne eines passiven Konsumierens aufgefasst wird. Hier ist eine klare Aussage wünschenswert, die das aktive Arbeiten mit Mathematik betont. Sie findet sich beispielsweise in der Anhörungsfassung der baden-württembergischen Bildungsstandards, die ab Schuljahr 2004/05 umgesetzt werden sollen. Dort heißt es: „Die Schülerinnen und Schüler der Klassen 7 und 8 sollen Mathematik als anregendes, nutzbringendes und kreatives Betätigungsfeld erleben.“ Eine solche Aussage wird dem Bildungsauftrag gerecht. Die konkrete Ausarbeitung sollte dann so sein, dass die Aussage auch für Eltern, Schüler, Lehrer nachvollziehbar wird.

2. Allgemeine Kompetenzen, Leitideen und inhaltsbezogene Kompetenzen

Wir möchten zunächst die Vorbemerkung machen, dass sich der Kompetenzbegriff in der Formulierung des Entwurfs zu Bildungsstandards und der auf Weinert (2001) zurückgehende Kompetenzbegriff in der bereits zitierten Expertise (Klieme u.a., 2003) unterscheiden. Nach Weinert (2001, S. 27f.) versteht man Kompetenzen als „die bei Individuen verfügbaren oder durch sie erlernbaren kognitiven Fähigkeiten und Fertigkeiten, um bestimmte Probleme zu lösen, sowie die damit verbundenen motivationalen, volitionalen und sozialen Bereitschaften und Fähigkeiten, um die Problemlösungen in variablen Situationen erfolgreich und verantwortungsvoll nutzen zu können“. Der im vorliegenden Entwurf benutzte Begriff beschreibt in diesem Sinn keine Kompetenzen, sondern umfasst eher eine Liste von Lehrzielen.

2.1 Allgemeine Kompetenzen und Leitideen

Sowohl die angeführten „allgemeinen Kompetenzen“ als auch die „Leitideen“ sind im Wesentlichen nachvollziehbar und auf Grundlage vorhandener Konzepte ausgewählt. Wir möchten dennoch auf zwei Aspekte hinweisen, die wir für exemplarisch halten.

Zu den *allgemeinen Kompetenzen* gehört das „mathematische Denken“. Hier wird deutlich, was auch an anderen Stellen auffällt, nämlich dass die Darstellung den kreativen und experimentellen Aspekt vermissen lässt. Systematisches Probieren oder das Ausprobieren von unkonventionellen Lösungsansätzen sind beispielsweise wichtige Aspekte mathematischen Denkens. Die vorhandenen Stichpunkte ergeben so immer noch das Bild eines sehr eng geführten Mathematikunterrichts.

Die *Leitideen* sind größtenteils mit den *Standards* des NCTM (2000) identisch. Sie heißen dort (1) Zahlen und Operationen, (2) Muster, Funktionen und Algebra, (3) Geometrie und Raumorientierung, (4) Messen sowie (5) Datenanalyse, Statistik und Wahrscheinlichkeit. Eher nicht verständlich ist für uns, warum im vorliegenden Entwurf eine Leitidee „Algorithmen, Kalküle und Heuristiken“ hinzugenommen wurde. Selbstverständlich sind Algorithmen und Kalküle wichtige Aspekte mathematischen Arbeitens, selbstverständlich braucht man Heuristiken (und das ist eine andere Ebene als die der Algorithmen und Kalküle) zum erfolgreichen mathematischen Arbeiten. Doch kann man hier nur inhaltsbezogen arbeiten, also im Wesentlichen in den durch die anderen Leitideen gegebenen Bereichen. Auch scheint uns das Herausstellen von Algorithmen und Kalkülen wenig hilfreich im Hinblick auf die konkreten

Defizite des deutschen Mathematikunterrichts. Es ist die Überbetonung dieses Aspekts, die für das schlechte Abschneiden deutscher Schülerinnen und Schüler in den internationalen Vergleichsuntersuchungen mit verantwortlich gemacht wird (z.B. Baumert et al., 1997).

2.2 Inhaltsbezogene Kompetenzen

Wir stellen in Bezug auf die inhaltsbezogenen Kompetenzen zunächst die Frage, ob die hier zusammengestellten Inhalte in der Schulpraxis auch tatsächlich den Rang von Bildungsstandards haben können. Wir möchten hier aus der Arbeit von Klieme u.a. (2003) zitieren:

„Mit dem Begriff ‚Kompetenzen‘ ist ausgedrückt, dass die Bildungsstandards – anders als Lehrpläne und Rahmenrichtlinien – nicht auf Listen von Lehrstoffen und Lerninhalten zurückgreifen, um Bildungsziele zu konkretisieren. Es geht vielmehr darum, Grunddimensionen der Lernentwicklung in einem Gegenstandsbereich ... zu identifizieren. Kompetenzen spiegeln die grundlegenden Handlungsanforderungen, denen Schülerinnen und Schüler in der Domäne ausgesetzt sind.“

Weiter wird dort zu den Anforderungen an Bildungsstandards ausgeführt (Hervorhebungen von den Verfassern dieser Stellungnahme):

1. Fachlichkeit: Bildungsstandards sind jeweils auf einen bestimmten Lernbereich bezogen und arbeiten die *Grundprinzipien der Disziplin* bzw. des Unterrichtsfachs klar heraus.
2. Fokussierung: Die Standards decken *nicht* die gesamte Breite des Lernbereiches bzw. Faches in allen Verästelungen ab, sondern konzentrieren sich auf einen *Kernbereich*.
.....
7. Realisierbarkeit: Die Anforderungen stellen eine Herausforderung für die Lernenden und die Lehrenden dar, sind aber mit *realistischem* Aufwand erreichbar.

In diesen drei Aspekten sehen wir eine Diskrepanz zwischen dem vorliegenden Entwurf und den mit Bildungsstandards verbundenen Zielen für das Lehren und Lernen von Mathematik. Die Ausgestaltung der Leitideen erinnert vielfach an die *Principles and Standards* des NCTM (2000), es darf aber nicht vergessen werden, dass es sich dort um *Idealstandards* handelt, d.h. um eine Formulierung der Inhalte und Methoden, die für einen idealen Mathematikunterricht wünschenswert sind. Es ist nicht realistisch (und nach den Ergebnissen von TIMSS und PISA auch offensichtlich allzu weit weg von der derzeitigen Unterrichtsrealität), die so definierten Standards mit Tests abfragen zu wollen und dabei noch ein „mittleres“ Kompetenzniveau zu treffen.

Darüber hinaus ist unseres Erachtens die inhaltliche Ausarbeitung der Leitideen zu ausführlich und damit zu restriktiv ausgefallen; auch hier ist – wie bereits oben gesagt – der Bezug auf das Wesentliche und das Machbare wünschenswert. Die vorgelegten Empfehlungen unterscheiden sich in diesem Punkt noch zu wenig von dem, was derzeit bereits in den Lehrplänen und Rahmenrichtlinien steht. Die inhaltlichen Aspekte der Leitideen müssten auf wesentlich weniger Punkte reduziert werden, wobei neben den traditionellen Inhalten, die den gegenwärtigen Entwurf bestimmen, auch aktuellere, neue Elemente nicht zu kurz kommen sollten. Gerade in der Mathematik (im Vergleich etwa zur Biologie und Physik) haben es neuere Inhalte schwer, in den Unterricht aufgenommen zu werden, obwohl gerade sie häufig einen Bezug zu realen Alltagsproblemen der Schülerinnen und Schüler erlauben. Bildungsstandards könnten hier mehr Freiheiten eröffnen, mathematisch sinnvolle Inhalte auszuwählen

und zu gewichten. Das Ziel und der Maßstab sollte die sachgerechte und schülergemäße Umsetzung der Leitideen sein.

3. Aufgabenbeispiele

Bildungsstandards verlangen nach einer Konkretisierung durch Aufgabenbeispiele auf der Basis eines Kompetenzmodells. Wir haben bereits oben diskutiert, dass die Formulierung von Regelstandards zunächst nicht unbedingt auf einem empirisch geprüften Kompetenzmodell basieren muss. Es muss aber perspektivisch auf ein solches Kompetenzmodell hingearbeitet werden, sodass wir hier eine wesentliche Schwachstelle des Entwurfs sehen. Dabei gibt es im Bereich der Mathematikdidaktik und der empirischen Lehr-Lern-Forschung Vorarbeiten, auf die Bezug genommen werden kann und die für eine Weiterentwicklung eine geeignete Basis sein können (Klieme, Neubrand & Lüdtke, 2001; Knoche u.a., 2002; Reiss, Hellmich & Thomas, 2002).

3.1 Anforderungsbereiche

Es ist sicher zum jetzigen Zeitpunkt sinnvoll, dass im Entwurf die Überschrift „Anforderungsbereiche“ und nicht etwa „Kompetenzstufen“ gewählt wurde, ist damit doch ein geringerer Anspruch verbunden. Leider trägt diese neue Überschrift dennoch kaum zur Klärung bei. Wir zitieren:

„Die drei Anforderungsbereiche bilden ein konzeptuelles Kontinuum. Anspruch und Komplexität nehmen von Anforderungsbereich zu Anforderungsbereich zu. Dies bedeutet aber nicht, dass zum Beispiel Fähigkeiten des Anforderungsbereichs II Voraussetzung für jede Fähigkeit des Anforderungsbereichs III sind.“

Diese Passage bleibt uns (und damit vermutlich auch den potentiellen „Anwendern“ von Bildungsstandards) unverständlich. Wo liegt der Nutzen der Anforderungsbereiche? Sollen sie gleichmäßig in den Aufgabenbeispielen berücksichtigt werden? Das ist im Moment allerdings nicht der Fall. Besser wäre es sicherlich, die erwähnten Kompetenzstufenmodelle als Ausgangspunkt zu nehmen und auf dieser Grundlage Aufgabenbeispiele zu entwickeln. Dabei sollte dann aber vorher klar werden, für welche Kompetenzen diese Stufen beschrieben werden sollen. Eine spätere empirische Überprüfung müsste von Anfang an mitgedacht werden.

Dies soll kein Plädoyer sein, Bildungsstandards vollständig an das theoretische Konzept etwa von PISA anzulehnen. Ganz im Gegenteil plädieren wir dafür neben innermathematischen und außermathematischen Modellierungen auf den verschiedenen Kompetenzniveaus auch (durchaus zu einem eher geringen Anteil) eher technische Items aufzunehmen und auf diesem Weg dem Aspekt „Algorithmen und Kalküle“ gerecht zu werden, ohne dass er dazu eine Leitidee sein muss. Im derzeitigen Entwurf fehlen solche Aufgaben bislang.

3.2 Aufgaben

Die Aufgabenbeispiele stellen, wie bereits oben erwähnt, einen Schwachpunkt des Entwurfs dar. Wir kritisieren hier insbesondere den oft gekünstelten Bezug zu Anwendungen bzw. den Mangel an Aufgabenbeispielen mit innermathematischem Bezug. Auch das Fehlen einfacher Basisitems sei hier noch einmal erwähnt. Wir wollen keine allzu detaillierte Kritik üben, aber exemplarisch typische Schwachpunkte nennen. Insbesondere beschränken wir uns auf wenige Aufgabenbeispiele, obwohl auch die anderen Aufgaben des Entwurfs unserer Ansicht nach wenig hilfreich zur Konkretisierung der Bildungsstandards sind.

Aufgabe 1

Es ist wohl das Ziel der Aufgabe, die missglückte Darstellung zu bewerten. Aber eine solche Darstellung ist nicht die Regel. Viel häufiger findet man im Alltag, dass mit Graphiken subtiler manipuliert wird (z.B. wenn Maßstäbe auf der x-Achse und y-Achse nicht übereinstimmen und so etwa Steigerungen suggerieren, welche die Daten eigentlich nicht hergeben). Uns würde es darauf ankommen, dass Aufgaben zu Bildungsstandards *typische* Aspekte beschreiben, aus denen Lehrerinnen und Lehrer ihre spezifischen Beispiele ableiten können.

Aufgabe 3

Diese Aufgabe ist in der gegebenen Formulierung ein Beispiel für ein Problem, das im Alltag eher nicht auftaucht. Darüber hinaus repräsentiert sie unserer Meinung nach den Aufgabentyp, den man eigentlich eher überwinden möchte, denn hier erfordern sehr konkrete Fragen sehr konkrete Antworten. An dieser Aufgabe werden vermutlich auch viele Schülerinnen und Schüler scheitern, weil ihnen der Begriff der Spannweite nicht geläufig ist. Welchen Mehrwert hat die gewählte Darstellung also im Gegensatz zu einer „innermathematischen Formulierung“ mit Angabe der Nullstellen, eines Graphenpunktes und der Bestimmung des Scheitelpunktes?

Aufgabe 5

Die Aufgabe verdeutlicht die Schwierigkeit, Bildungsstandards für den mittleren Bildungsabschluss zu definieren, ohne solche für frühere Abschnitte zu haben. Spätestens zum Zeitpunkt des mittleren Bildungsabschlusses macht diese Aufgabe nach unserer Meinung im Sinne eines Bildungsstandards weniger Sinn. Hier wird unseres Erachtens deutlich, dass Bildungsstandards auf einen relativ engen Kanon beschränkt bleiben sollten. Aufgaben dieses Typs können ein wichtiges Element im konkreten Unterricht sein, sollten aber eher nicht als Beispiel für einen Standard angesehen werden.

Darüber hinaus weisen wir darauf hin, dass sich verschiedene Anforderungsbereiche kaum finden, sondern fast alle Aufgabenbeispiele ein mittleres Niveau repräsentieren. Obgleich wir grundsätzlich für eine Verschlankeung des vorliegenden Entwurfs auf das Wesentliche und Machbare plädieren, sei andererseits darauf hingewiesen, dass aus dem Entwurf nicht ersichtlich wird, wie eine Differenzierung der Standards (und der kognitiven Stufen) vorzunehmen ist. Dabei sollte insbesondere eine geeignete Variation von Aufgaben, die Zuordnung verschiedener inhaltlicher Komponenten zu einem Aufgabenkomplex deutlich machen.

Übrigens sind auch die Lösungsvarianten zu sehr an einer herkömmlichen Auffassung von Mathematikunterricht orientiert. Wir plädieren sehr dafür, in die Beispiele von Lösungen auch Methoden aufzunehmen, die ein offeneres Bild von mathematischem Arbeiten geben.

Schlussbemerkung

Wir haben uns in dieser Stellungnahme auf Aspekte beschränkt, die aus unserer Sicht wesentlich und übergreifend sind, aber dabei eben nicht ins Detail gehen. Sowohl die DMV als auch die GDM verfügen über Expertise in Bezug auf die inhaltlichen und fachdidaktischen Aspekte der Mathematik. Wir können daher gerne unsere Mitarbeit anbieten, wenn es um die Konkretisierung der Bildungsstandards in fachlicher und fachdidaktischer Perspektive geht.

Ganz zum Schluss möchten wir betonen, dass in dieser Stellungnahme vor allem Aspekte genannt wurden, in denen der vorliegende Entwurf der KMK unserer Meinung nach verbessert werden könnte. Wir sehen aber durchaus, dass in sehr kurzer Zeit ein diskussionswürdiger Entwurf vorgelegt werden konnte. Angesichts der Tatsache, dass unser Bildungssystem bisher den Begriff des Standards nicht gekannt hat, sehen wir darin einen guten und wichtigen Schritt.

Prof. Dr. Jürg Kramer (HU Berlin) für die Deutsche Mathematiker Vereinigung (DMV)
 Prof. Dr. Kristina Reiss (Augsburg) für die Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM)

Literatur

Baumert, J., Lehmann, R., Lehrke, M. u.a. (1997). *TIMSS – Mathematisch-naturwissenschaftlicher Unterricht im internationalen Vergleich. Deskriptive Befunde*. Opladen: Leske + Budrich.

Klieme, E. u.a. (2003). *Zur Entwicklung nationaler Bildungsstandards – eine Expertise*. Frankfurt: DIPF. http://www.dipf.de/aktuelles/expertise_bildungsstandards.pdf

Klieme, E., Neubrand, M. & Lüdtke, O. (2001). Mathematische Grundbildung: Testkonzeption und Ergebnisse. In Deutsches PISA-Konsortium (Hrsg.), *PISA 2000. Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich* (pp. 139–190). Opladen: Leske + Budrich.

Knoche, N., Lind, D., Blum, W., Cohors-Fresenborg, E., Flade, L., Löding, W., Möller, G., Neubrand, M. & Wynands, A. (2002). Die PISA 2000 Studie. Einige Ergebnisse und Analysen. *Journal für Mathematikdidaktik*, 23, 159-202.

National Council of Teachers of Mathematics 2000: *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.

Reiss, K., Hellmich, F. & Thomas, J. (2002). Individuelle und schulische Bedingungsfaktoren für Argumentationen und Beweise im Mathematikunterricht. In M. Prenzel & J. Doll (Hrsg.), *Bildungsqualität von Schule: Schulische und außerschulische Bedingungen mathematischer, naturwissenschaftlicher und überfachlicher Kompetenzen*. 45. Beiheft der Zeitschrift für Pädagogik (S. 51-64). Weinheim: Beltz.

Weinert, F. E. (2001). Vergleichende Leistungsmessung in Schulen – eine umstrittene Selbstverständlichkeit. In F. E. Weinert (Hrsg.), *Leistungsmessungen in Schulen*. Weinheim und Basel: Beltz Verlag, S. 17-31.