

# **Für ein modernes Lehramtsstudium im Fach Mathematik**

## **Ein Diskussionsbeitrag**

### **Vorwort**

Die Mathematik ist in unserer Gesellschaft zu einer Schlüsseltechnologie geworden. Nicht nur die fortschreitende naturwissenschaftlich-technische Durchdringung unserer Lebenswelt bedient sich maßgeblich mathematischer Methoden, mathematische Modelle werden zunehmend auch zur Beschreibung und Gestaltung von Abläufen im wirtschaftlichen und sozialen Bereich verwendet. Die Mathematik verfügt nicht nur über grundlegende Denkweisen, sie gewinnt auch in Bezug auf ihre Ergebnisse und Einsatzmöglichkeiten wachsende Bedeutung. Paradoxerweise vollzieht sich diese Entwicklung auf eine versteckte, von der Öffentlichkeit weitgehend unbemerkte Weise. Dies führt dazu, dass die gesellschaftliche Bedeutung der Mathematik unterschätzt und die kritische Reflektion Ihrer Bedeutung vernachlässigt wird.

Daher besteht für das Fach Mathematik eine doppelte Bildungsnotwendigkeit. Einerseits ist die Sicherung eines ausreichenden Bestandes an mathematisch hoch qualifizierten Fachkräften für die wirtschaftliche und kulturelle Wettbewerbsfähigkeit eines modernen Industrielandes unabdingbar. Andererseits benötigt die Gesellschaft intellektuell aufgeschlossene Bürgerinnen und Bürger, die sich ein sachgerechtes und kritisches Urteil darüber bilden können, welche Rolle die Mathematik in unserer Welt spielt und auf welche Weise sie dies tut. Mathematische Bildung muss folglich sowohl Exzellenz hervorbringen und fördern wie auch einen soliden Wissensstand in der Breite erzielen. Da mathematische Bildung nahezu ausschließlich über den schulischen Unterricht vermittelt und im Unterschied zu anderen Fächern (Sprachen, Musik, Kunst, Sport) kaum durch außerschulische Angebote ergänzt wird, trägt der Mathematikunterricht eine hohe Verantwortung.

Jedoch ist Mathematik im gesellschaftlichen Bewusstsein nach wie vor ein ambivalent eingeschätztes Fach. Nicht selten verlassen junge Menschen die Schule mit Gleichgültigkeit oder sogar mit Abneigung gegenüber der Mathematik, und ein Bekenntnis zu dieser Einstellung gilt nach wie vor gesellschaftlich als salonfähig. Als Voraussetzung für eine grundlegende Änderung halten wir es für notwendig, die Ausbildung der künftigen Lehrerinnen und Lehrer für Mathematik einschneidend zu reformieren.

Die vorliegende Stellungnahme hat die Ausbildung für das gymnasiale Lehramt im Blick. Sie geht davon aus, dass die Überlegungen in stufengemäßer Weise auf die Lehramtsstudiengänge für andere Schulformen übertragen werden können und sollten.

### **Zur Notwendigkeit einer grundlegenden Reform der Lehramtsausbildung im Fach Mathematik**

Verschiedene Entwicklungen ergänzen und verstärken sich in dem Hinweis, dass eine substantielle Reform der gymnasialen Lehramtsstudiengänge im Fach Mathematik unabdingbar ist.

- Einschneidende gesellschaftliche Veränderungen, spezielle fachliche Entwicklungen, fortentwickelte Sichtweisen von Mathematikunterricht und der von den internationalen Vergleichsstudien TIMSS und PISA ausgehende bildungspolitische Impetus drängen danach, die individuelle Unterrichtspraxis qualitativ zu verbessern.

Dazu sind vorbereitende und flankierende Maßnahmen durch Lehreraus- und Fortbildung erforderlich.

- Begabten Schülerinnen und Schülern muss frühzeitig Gelegenheit gegeben werden, ihr Talent zu entfalten und ihren Möglichkeiten entsprechende Kenntnisse zu erwerben, damit das vorhandene Bildungspotential optimal genutzt und der gesellschaftlichen Verpflichtung zur bestmöglichen individuellen Bildungsförderung Rechnung getragen wird. Auch entsprechende Maßnahmen zur gezielten Förderung mathematisch Hochbegabter an Universitäten, etwa im Rahmen von Exzellenzinitiativen, sind darauf angewiesen, dass hinreichend qualifizierte Studienbewerberinnen und -Bewerber zur Verfügung stehen. Dadurch entstehen zusätzliche Anforderungen an die Leistungsfähigkeit deutscher Schulen und die Qualifikation ihrer Lehrkräfte.
- Im Zuge des Bologna-Prozesses ist der Übergang zu modularisierten und gestuften Studiengängen auch in der Lehramtsausbildung eingeleitet.

Hinzu kommt ein wissenschaftssoziologisches Problem, das sich schleichend entwickelt hat, inzwischen aber allfällig spürbar ist und auch durch empirische Studien belegt wird. Seltener als vor Jahrzehnten studieren sehr leistungsstarke Abiturientinnen und Abiturienten das Fach Mathematik für das gymnasiale Lehramt. Nicht zuletzt dadurch ist das Verhältnis zwischen Lehramtsstudierenden und ihren Dozentinnen und Dozenten problematisch geworden, und dies in einer Weise, dass die Effekte sich gegenseitig verstärken.

- Die Lehramtsstudierenden haben häufig ein geringes fachliches Selbstbewusstsein, dafür aber eine hohe Unzufriedenheit mit dem Studium, dessen fachliche Anforderungen sie nicht als sinnvoll und berechtigt anerkennen.
- Die Lehrenden reagieren gegenüber dem fachwissenschaftlich weniger motivierten Teil der Lehramtsstudierenden häufig mit Geringschätzung oder Ratlosigkeit.
- Diese beiden Befunde belasten auch das Lernklima für diejenigen Lehramtsstudierenden, die leistungsstark und am Fach Mathematik interessiert sind.
- In der Öffentlichkeit entsteht in Bezug auf das Fach Mathematik in weit höherem Maße als in Bezug auf andere Fächer oft der Eindruck, die fachwissenschaftliche Qualifikation der Lehramtsstudierenden sei für die Anforderungen der Praxis zweitrangig oder sogar hinderlich.

Insgesamt entsteht eine zunehmende Diskrepanz zwischen Anspruch und Realität des fachwissenschaftlichen Teils im Lehramtsstudium.

In diesem Geflecht von Wirkungszusammenhängen muss eine Reform des gymnasialen Lehramtsstudiums im Fach Mathematik mehrere Zielsetzungen gleichzeitig im Auge behalten:

1. Es muss dafür gesorgt werden, dass die Attraktivität des Lehrerberufes wieder erhöht wird und dass ein entsprechendes Studium wieder in stärkerem Maße für fachlich selbstbewusste, intellektuell offensive Absolventinnen und Absolventen interessant wird.
2. Es muss dafür gesorgt werden, dass kreative Dozentinnen und Dozenten es für attraktiv und lohnend halten, sich der Gestaltung dieser Studiengänge ideenreich anzunehmen, und dass ein solches Engagement offiziell honoriert wird.

3. Das Studium muss erreichen, dass die Lehramtsstudierenden auch bei begrenztem Stundenkontingent einen guten fachlichen Überblick und einen für Mathematikerinnen und Mathematiker typischen intellektuellen Habitus erwerben und in der Lage sind, diesen altersgemäß an Schülerinnen und Schüler weiterzugeben.

Hinsichtlich der Studienorganisation übernehmen wir den Standpunkt der HRK<sup>1</sup>, demzufolge die gegebenen äußeren Rahmenstrukturen der universitären Lehrerbildung beibehalten, aber so weiter entwickelt werden sollten, dass ihr Potential besser genutzt werden kann. Das bedeutet, dass die fachwissenschaftlichen, die fachdidaktischen und die bildungswissenschaftlichen Ausbildungsanteile in ihrer Eigenständigkeit bestehen bleiben, aber zielorientiert ausgestaltet und aufeinander abgestimmt werden.

### **Notwendige fachliche Kompetenzen von Lehrkräften für Mathematik**

Es ist bekannt, dass zukünftige Lehrerinnen und Lehrer ihr Lehrverhalten und die Muster ihrer fachlichen Wertschätzung im Wesentlichen aus ihrer eigenen Erfahrung als Lernende beziehen. Sie gestalten ihren Unterricht häufig so, wie sie selbst Mathematik erlebt und gelernt haben. Daher ist es notwendig, dass Lehramtsstudierende in ihrem Studium durch das Vorgehen in den Lehrveranstaltungen, durch die Aufgabenkultur und durch die Prüfungspraxis ein adäquates Bild von Mathematik vermittelt bekommen.

Lehramtsstudierende sollten im mathematischen Denken und Problemlösen ausgebildet werden. Ausgehend von interessanten Fragestellungen sollten sie wesentliche gedankliche Prozesse, die mathematische Wissensbildung steuern und vorantreiben, verstehen und in begrenztem Umfang selbst wirksam werden lassen. Zu diesen Prozessen zählen wir

- Begriffe aus ansprechenden Beispielen abstrahieren und präzisieren;
- Verfahren und Vorgehensweisen verallgemeinern;
- den Erkenntnisgewinn erfahren, der durch die Wahl geeigneter Begrifflichkeiten und formaler Darstellungen möglich wird;
- neue Erkenntnisse in neuen Kontexten erschließen, indem vorhandene Einsichten in verwandten Kontexten herangezogen werden und die erworbene Fähigkeit, sachadäquate Anschlussfragen zu stellen, eingesetzt wird.

Es geht in diesen Vorschlägen keineswegs darum, für die Fachausbildung der Lehramtsstudierenden ein geringeres Abstraktionsniveau zu fordern oder zu akzeptieren. Wir treten vielmehr dafür ein, zu dem angestrebten Abstraktionsniveau immer wieder den Prozess der gedanklichen Ausschärfung, der Abstraktion und der Formalisierung erlebbar zu machen. Dann würden die Studierenden solche Inhalte nicht mehr als „abgehoben“ kennen lernen, sondern sie wären am Prozess des „Abhebens“ aus dem Anschaulichen oder dem Erfahrungswissen beteiligt. Faktisch würden bei einer Verpflichtung zum Beteiligt-Sein die kognitiven Anforderungen gegenüber dem bisherigen Vorgehen deutlich steigen. Es muss insofern damit gerechnet werden, dass ein Teil der heutigen Lehramtsstudierenden zu dieser gedanklichen Leistung nicht bereit oder nicht fähig ist. Da diese geforderte mathematische

---

<sup>1</sup> Hochschulrektorenkonferenz (Hrsg.): „Zur Zukunft der Lehrerbildung in den Hochschulen.“ Beschluss des Plenums der HRK vom 21.2.2006. In: Beiträge zur Hochschulpolitik 5/2006. Bonn 2006.

Kompetenz aber für die spätere Berufspraxis als unabdingbar anzusehen ist, wäre für diese Lehramtsstudierenden eine Forderung nach frühzeitiger Umorientierung leichter vermittelbar.

Zusammengefasst sollte die fachliche Ausbildung von Lehrkräften für Mathematik daher folgende Ziele im Blick haben:

1. ein *Verständnis* der *Vielfältigkeit* von Mathematik, ihrer Gegenstände und geistigen Werkzeuge;
2. die exemplarisch gewonnene *Einsicht* in den Nutzen der *Vernetzung* von Ideen und Methoden aus unterschiedlichen mathematischen Gegenstandsbereichen;
3. den Erwerb von *Kompetenzen* im Umgang mit mathematischen *Werkzeugen* in einem angemessenen Umfang und auf einem angemessenen Standard (Beispiele: Begriffe bilden, Definitionen formulieren, Beweise führen sowie Modelle erstellen, beurteilen und nutzen);
4. die Fähigkeit zur *Reflexion* der *Adäquatheit* des Einsatzes mathematischer Werkzeuge.

Die zentrale Tätigkeit von Lehrerinnen und Lehrern des Faches Mathematik ist die Organisation von mathematischen Lernprozessen. Dazu benötigen sie ein adäquates Wissen darum, wie mathematische Wissensbildung geschieht. Sie sollten also i. S. Freudenthals verstanden haben, wie Mathematik als spezifische Weise des Weltverstehens funktioniert, wie mathematische Ideen, Begriffe und Verfahren als Werkzeuge verwendet werden, um Phänomene der physikalischen, sozialen oder mentalen Welt gedanklich zu organisieren. Dazu gehört insbesondere, dass sie

- den Prozess mathematischer Begriffsbildung als Werkzeug zur präzisen Beschreibung intuitiven Wissens an relevanten Beispielen der Wissenschaftsentwicklung rekonstruieren und die Adäquatheit dieser Begriffsbildungen reflektieren können (Beispiel: Den Weg vom intuitiven Ausgangspunkt elementarer Flächenbestimmung über verschiedene mathematische Zwischenstufen bis zum Maßbegriff beschreiben können);
- verstanden haben, dass und wie in vielen Fällen das mathematische Modellieren auf diesen Prozess des Präzisierens und Beurteilens bezogen ist;
- verstanden haben, inwiefern axiomatische Theorien ein Mittel sind, einen Wissensbestand global zu ordnen, in sich zu sichern und weiter zu entwickeln; dazu gehört das Wissen, dass Definitionen Theorien strukturieren und Beweise nicht nur die Richtigkeit von Aussagen, sondern auch die innere Kohärenz von Theorien sicherstellen;
- exemplarisch an mehreren Beispielen erläutern können, wie Mathematisierung und die Prozesse der Begriffspräzisierung auch die Theoriebildung in Wissenschaften fördern, die Mathematik benutzen. Die Tatsache, dass zwei Unterrichtsfächer studiert und später unterrichtet werden, sollte hier wesentlich mehr als bisher für eine individualisierte Interdisziplinarität genutzt und Fächerkombinationen, die eine solche Interdisziplinarität erleichtern, sollten bevorzugt empfohlen werden.

### **Notwendige didaktische Kompetenzen von Lehrkräften für Mathematik**

Die Fachdidaktik beschäftigt sich mit der Frage,

- welche *Beispiele* (Anlässe, Problemstellungen)

- unter welchen *Bedingungen*

geeignet sind, den Prozess der Ausbildung von Verständnis und Kompetenzen zu initiieren und voranzutreiben, oder eher dazu geeignet sind, Fehlvorstellungen aufkommen zu lassen und die Ausbildung von Verständnis zu behindern.

Diese Beschäftigung bezieht sich auf

- den *sachlichen* Aspekt des Lerngegenstandes (z. B. Vorstellungsinhalte, Repräsentationsformen, Visualisierungen und Interpretationen eines mathematischen Begriffs);
- den *individuell-personalen* Aspekt der Lernenden (z. B. Alter, kognitiver Stil, Emotionalität, Interesse);
- den *sozialen* Aspekt des Lerngeschehens (z. B. Interaktion der am Unterricht Beteiligten, Wirkung von Interventionen);
- den *methodischen* Aspekt der Lernorganisation und der Evaluation (z. B. Unterrichtsformen, Formen der Leistungsbewertung);
- die gesetzten *Ziele* bzw. Zielvereinbarungen und die verfügbaren Ressourcen.

Die fachdidaktische Ausbildung von Lehrkräften für Mathematik sollte die grundlegenden Kompetenzen vermitteln, die Mathematiklehrerinnen und –Lehrer benötigen, um

- mathematische Denk- und Lernprozesse zu initiieren und zu moderieren und die Instrumente zur Vermittlung von Mathematik adäquat einzusetzen,
- individuelle Unterschiede, besondere Begabungen und auch Schwierigkeiten bei mathematischen Denk- und Lernprozessen zu diagnostizieren,
- alters- und inhaltspezifische Verfahren zur Bewertung und Beurteilung mathematischer Leistungen und zur individuellen Förderung zu verwenden,
- Forschungsergebnisse der Fachdidaktik zur Weiterentwicklung der eigenen Kompetenzen berufsbegleitend zu rezipieren,
- Bildungsstandards in strukturierte curriculare Entscheidungen für die eigene Schule und den eigenen Unterricht umzusetzen.

Schon im Studium sollten mathematikdidaktische Veranstaltungen bei Studierenden das Bewusstsein prägen, dass Konstruktion und Beurteilung von mathematischen Lehr-Lernprozessen auch theoriegeleitet und an Ergebnissen empirischer Forschung ausgerichtet zu erfolgen hat, wie es bei analogen Anlässen in anderen Erfahrungswissenschaften (Beispiel: Medizin oder Technik) selbstverständlich ist. Mathematikdidaktische Theorien können sich auf diese Weise in ihrer Rolle zur Erklärung und Beeinflussung mathematischer Unterrichtspraxis bewähren.

### **Organisatorische und curriculare Fragen**

Mit der Ausbildung der genannten fachlichen Kompetenzen muss von Beginn des Grundstudiums an begonnen werden. Viele der genannten Qualifikationen sind nicht nur für zukünftige Lehrkräfte wichtig. Für die Ziele der Reform der Lehramtsausbildung ist deshalb

die Separierung von Lehramtsstudierenden zu Beginn des Studiums nicht zwingend und kann sogar kontraproduktiv sein.

Wir können uns eine erfolgreiche Vermittlung der anzustrebenden Kompetenzen nur unter der Bedingung vorstellen, dass sich die Fachveranstaltungen in der inhaltlichen Ausrichtung und den Methoden der Vermittlung stärker, als das zur Zeit häufig der Fall ist, an den oben skizzierten Lernzielen orientieren. Das Curriculum muss dabei teilweise widerstreitenden Ansprüchen gerecht werden: Es muss genug Stoff vorsehen, um eine fundierte wissenschaftliche Qualifikation zu gewährleisten, und es muss den Stoff so weit beschränken, dass Verständnis im oben skizzierten Sinne nicht nur von einer kleinen Spitzengruppe der Absolventen erreicht wird. Insbesondere muss die anstehende Reform der Curricula der Standardvorlesungen, bei häufig gegenüber dem bisherigen Zustand nur geringere Stundenkontingente zur Verfügung stehen, so gestaltet werden, dass für einen hinreichend großen Anteil der Studierenden im Studium Prozess Erfahrung und inhaltliches Verständnis möglich sind. Die veränderte Veranstaltungskultur muss sich auch in der Art der zu bearbeitenden Übungsaufgaben, deren Korrektur und Besprechung und insbesondere in der Art der Prüfungen widerspiegeln.

Die Konzeption geeigneter Veranstaltungen könnte dadurch gefördert werden, dass

- ein diesbezügliches Engagement in der universitären Leistungsbemessung besser honoriert wird,
- mehr finanzielle Mittel zur Verfügung gestellt und auch Sponsoren gewonnen werden,
- besonders gelungene Konzeptionen durch Preise ausgezeichnet und mit den heute verfügbaren multimedialen Techniken überregional zugänglich gemacht werden.

Auch wenn hier noch keine fertigen Lösungen und Konzepte angeboten werden können, muss bei den Fachleuten das Bewusstsein für die Verantwortung in der Sache gestärkt werden.

Die Aufbruchstimmung im Rahmen der Neustrukturierung der Studiengänge und die zu beobachtende Heterogenität der Lösungsansätze sollte nicht als Zersplitterung beklagt, sondern als Chance genutzt werden, um an den Fakultäten unterschiedliche Ideen und Konzepte zu erproben.

Es wäre zu wünschen, dass dieses auch zur Profilbildung der Fakultäten im Bereich der Lehramtsausbildung führt und im aufkommenden Wettbewerb gerade besonders befähigte und engagierte Studienbewerber anzieht.

## **Fazit**

Die fachlichen und fachdidaktischen Veranstaltungen eines Studiums, das zum Erteilen von Mathematikunterricht an Gymnasien befähigt, sollte Absolventinnen und Absolventen hervorbringen, die

- selbst Mathematik als spezifische Weise des Weltverstehens erfahren und als Werkzeug zur Formulierung von Wissen und zur Beschreibung von Maßnahmen zur Weltgestaltung begriffen haben
- und die intellektuelle Ausstattung besitzen, durch einen geeigneten Unterricht den Erwerb solcher Erfahrungen und die Ausbildung entsprechender Kompetenzen bei Schülerinnen und Schülern anzustoßen.